数理解析研究所講究録
第2078巻 2018年 222-228

プロジェクト・リスク・マネジメントにおける
リスク対策効果尺度に関する一考察

金沢学院大学 経営情報学部　福田 裕一　(Hirokatsu Fukuda)
Faculty of Business Administration and Information Science,
Kanazawa Gakuin University
金沢学院大学 経営情報学部　桑野 裕昭　(Hiroaki Kuwano)
Faculty of Business Administration and Information Science,
Kanazawa Gakuin University

1　はじめに

プロジェクトとは「独自のプロダクト，サービス，所産を創造するために実施する有期性のある業務」であり [5]，プロジェクトには目的，期限，費用などがあらかじめ与えられている．与えられた費用や期限内で目的を達成できた場合，プロジェクトは成功したと評価され，逆に与えられた費用や期限内で目的を達成できなかった場合，プロジェクトは失敗したと評価される．実際のプロジェクトでは，費用や作業の進捗に悪い影響を与えるさまざまなプロジェクト・リスクが発生し，与えられた費用や期限内で目的を達成できず，プロジェクトが失敗に終わる場合がある．このため実務においては，このようなプロジェクト・リスクの発生を予測し，その発生を抑制したり，実際に発生した場合の影響を減少，またはゼロにするためのリスク対策を事前に実施することによって，プロジェクトを成功に導くための取り組みを行っている．プロジェクト・リスク・マネジメントとは，このようなプロジェクト・リスクの発生と影響をコントロールするためのリスク対策を計画・実行し，プロジェクトを成功に導こうとする一連のマネジメント活動である．

しかし限られた費用や期限の中で，その目的を確実に達成するためのリスク対策を計画・実行することは難しい．本来必要なリスク対策が実施されないままに，プロジェクト実行中にプロジェクト・リスクが発生してしまい，結果として与えられた費用や期限内で目的を達成することができず，失敗に終わってしまうプロジェクトも多く見受けられる．

プロジェクトが失敗に終わる要因は複数考えられるが，その要因として対策すべきプロジェクト・リスクを適切に選択できないことがあげられる．このため，リスク対策の効果を定量的に表すことにより，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクを適切に選択し，プロジェクトの目的・費用・期限に応じたリスク対策を実施することが求められている．

2　プロジェクト・リスク・マネジメント

2.1　プロジェクト，プロジェクト・リスク，リスク対策，プロジェクト・リスク・マネジメントとは

本研究が対象とするプロジェクト，プロジェクト・リスク，リスク対策，プロジェクト・リスク・マネジメントについて説明する [11]．まず，プロジェクトとは何らかの順序性を持つ作業の集まりで，作業はそれが遂行されるために必要な所要期間を持つ．プロジェクト完了期間とは，プロジェクトに含まれる最初の作業を開始した日から，すべての作業が終了した日までの経過日数を

指す．プロジェクトには予め定められた期限が存在し，プロジェクト完了期間が期限以下であれば，そのプロジェクトの結果は成功であると判断し，プロジェクト完了期間が期限を超えた場合には，そのプロジェクトの結果は失敗であると判断する．

次に，プロジェクト・リスクとはその生起によってプロジェクトに含まれる作業の所要期間が増加する事象を指す．プロジェクト・リスクの生起により作業の所要期間が増加すると，プロジェクト完了期間が増加し，結果としてプロジェクトが失敗に終わる場合がある．このようにプロジェクト・リスクとは，その生起によって，プロジェクト完了期間が増加し，プロジェクトの結果に悪い影響を与える不確実な事象を意味することとする．以下，プロジェクト・リスクがそのプロジェクトにおいて生起する確率をプロジェクト・リスクの発生確率，プロジェクト・リスクが生起した場合のプロジェクト完了期間の増加量を，プロジェクト・リスクの影響度または遅延日数と呼ぶ．

さらに実務では，いくつかのプロジェクト・リスクに関して，その生起を予測し，プロジェクト・リスクが生起する前に適切な対策を実施することにより，プロジェクト・リスクの発生確率や影響度をコントロールすることが可能であると考えている．このような，プロジェクト・リスクの発生確率や影響度を抑制するための対策をリスク対策と呼ぶ．プロジェクト・リスク・マネジメントには，プロジェクト・リスクを認識し，適切なリスク対策を決定し，実行する，というリスク対策に関する一連のプロセスが含まれる．

2.2　従来のプロジェクト・リスク・マネジメント手法とその課題

これまでプロジェクト完了期間に関しては，CPM や PERT などの数理的手法を用いた多くの研究が行われてきている [2, 3, 4]．これらプロジェクト完了期間に関する研究によって，作業ごとの所要期間の見積もりをもとに，プロジェクト完了期間を予測することが可能となっている．さらに，作業ごとの所要期間の確率分布を予測し，個々の確率分布をもとにプロジェクト完了期間の確率分布を求めることも可能となっている．これらの研究は，プロジェクト完了期間に関する情報を意思決定者に与えることにより，プロジェクトの結果を成功に導くことに大きく貢献してきた．また，プロジェクト・リスクに限らずリスク全般についての定量的な研究も行われてきた [1, 6]．しかしながら，プロジェクト完了期間およびその分布に関する情報のみからでは，プロジェクトを成功に導くために，どのプロジェクト・リスクに対してリスク対策を実施すべきかを決定することは難しい．また，定量的なリスクマネジメントに関する研究においても，リスク対策によるプロジェクト完了期間への影響を対象とした研究は十分には取組まれていない．

このため，プロジェクト・リスク・マネジメントの実務においては，リスク対策を実施すべきプロジェクト・リスクを選択するための効果的な情報を，意思決定者に提供することが急務となっている．福田らは，プロジェクト完了期間に影響を与える全てのプロジェクト・リスクを認識し，その発生確率と影響度を予測することが可能であるという仮定のもとに，プロジェクト・リスクに起因するプロジェクト完了期間の増加分，すなわち遅延日数の分布を数理モデルに従って求めることにより，リスク対策の効果を意思決定者に提供した [7, 8, 9, 10]．実際のプロジェクトにおいては，プロジェクト完了期間に影響を与える全てのプロジェクト・リスクを認識することは困難な場合があることから，リスク対策を実行していない場合の遅延日数の分布の予測と，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクの発生確率および影響度の予測に基づいて，リスク対策を実行した場合の遅延日数の分布を求めた [11]．

つぎに，リスク対策の効果を定量的に表すために，個々のプロジェクト・リスクに対するリスク対策効果尺度を導入し，その算出方法を示すとともに，リスク対策効果尺度がリスク対策に関する意思決定に有効な情報を与えることができることを示した [12]．また，リスク対策の対象とすべきプロジェクト・リスクを適切に選択するために，すべてのプロジェクト・リスクについてリスク対策効果尺度を求めることは効率的であるとは言えないため，リスク対策効果尺度を評価することによって，すべてのプロジェクト・リスクについてリスク対策効果尺度を求めるのではなく，対象とするプロジェクト・リスクを限定することが可能であることを示した [13]．

しかしプロジェクトの実務においては，個々のプロジェクト・リスクに対するリスク対策だけではなく，プロジェクト・リスクの集合に対してリスク対策を実施する場合の効果を定量的に表すことが求められる．本研究では，新たにプロジェクト・リスクの集合に対するリスク対策効果尺度を導入し，リスク対策の対象として 2 つのプロジェクト・リスクの集合が与えられた場合の，リスク対策効果尺度の比較について検討した．

3　リスク対策の数理モデル化とリスク対策効果尺度

3.1　準備

まず，本研究におけるプロジェクト・リスク，リスク・シナリオ，リスク構造，プロジェクト，遅延日数について定義する（詳しくは [11] を参照）．

定義 3.1 (プロジェクト・リスク [11]). $\mathbf{r}$ が確率 p でコスト C を発生するプロジェクト・リスクであるとは，以下を満たす確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ および 2 つの関数 $S, C : \Omega \to \mathbb{R}$ が存在するときをいい，$\mathbf{r} = \langle S, p, C \rangle$ と表す．

$$\Omega = \{r, r^c\},\ \mathcal{F} = \big\{\phi, \{r\}, \{r^c\}, \Omega\big\},\ \mathrm{P}(\{r\}) = p,\ \mathrm{P}(\{r^c\}) = 1 - p,\ 0 < p < 1,$$
$$S(\omega) = \begin{cases} 1,\ \text{if } \omega = r, \\ 0,\ \text{if } \omega = r^c, \end{cases} \qquad C(\omega) = \begin{cases} d,\ \text{if } \omega = r, \\ 0,\ \text{if } \omega = r^c. \end{cases}$$

また，$(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ に付随する確率空間，P をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ に付随する確率（測度）とよぶ．さらに，S をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ の生起状態と呼び，$S = 1$ のときプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ は生起している，$S = 0$ のときプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ は生起していないという．

以下，プロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ のコスト C を影響度 (遅延日数) $d > 0$ と考え，C を d と同一視して $\mathbf{r} = \langle S, p, C \rangle$ を $\mathbf{r} = \langle S, p, d \rangle$ と表す．また，混乱がなければ，“確率 p でコスト C を発生するプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ ” を “プロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ ” と簡略化して表す．

さらに，複数のプロジェクト・リスクを扱えるよう，$\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k = 1, 2, \ldots, K$ によって K 個のプロジェクト・リスクを表し，それぞれに付随する確率空間を $(\Omega_k, \mathcal{F}_k, \mathrm{P}_k)$ と表す．また，添え字集合を $U = \{1, 2, \ldots, K\}$ とおく．

定義 3.2 (プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク・シナリオ [11]). K 個のプロジェクト・リスク $\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U$ を考える．このとき，各プロジェクト・リスク $\mathbf{r}_k$ に付随する確率空間 $(\Omega_k, \mathcal{F}_k, \mathrm{P}_k)$ の直積確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ と表し，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k,\ k \in U\}$ に付随する確率空間と呼ぶ．また，任意の $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \ldots, \omega_K) \in \Omega$ に対して

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) \stackrel{\text{def}}{=} \big(S_1(\omega_1), \ldots, S_K(\omega_K)\big) \in \{0, 1\}^K$$

によって定義された $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ 上の確率変数 $\boldsymbol{S}$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク・シナリオと呼ぶ．

定義 3.3 (プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク構造 [11]). プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\}$ に付随する確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ とし，そのリスク・シナリオを $\boldsymbol{S}$ とする．このとき，$\big(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}\big)$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク構造と呼ぶ．ここで $\boldsymbol{d} = (d_1, \ldots, d_K)$ は，各プロジェクト・リスク $\mathbf{r}_k$ の影響度 $d_k > 0$ を要素とするベクトルであり，リスク構造 $\big(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}\big)$ の影響度ベクトルと呼ぶ．

以下，“リスク構造 $\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big)$ の影響度ベクトル” を簡略化して “リスク影響度ベクトル” と表す

定義 3.4 (遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクト [11]). $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\}$ をプロジェクト・リスク集合とし，そのリスク構造を $\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big)$ とする．また， $G=(V,E)$ をソース $s \in V$, シンク $t \in V$ および各エッジ $(i,j) \in E$ に対して容量 $u_{ij} > 0$ を持つ有向グラフとする．

このとき， $\mathbb{P} = \Big((V,E),\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big),L\Big)$ を 遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクトと呼び，各エッジをアクティビティ，それぞれのアクティビティに対応する容量を所要期間と呼ぶ.

定義 3.5 (プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ による遅延日数 [11]). $\mathbb{P} = \Big((V,E),\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big),L\Big)$ を遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクトとし，$\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\}$ によってそのプロジェクト・リスク集合を表す.

このとき， $(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P})$ 上の確率変数 $\mathbf{X}_U = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{d}$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ による遅延日数と呼ぶ．ここで $\cdot$ は内積を表す.

ここで，$\mathbf{X}_U \leq L$ の場合プロジェクトは成功したと表現し，$\mathbf{X}_U > L$ の場合プロジェクトは失敗したと表現する.

3.2 リスク構造の分割とリスク対策効果尺度の定義

つぎに，このプロジェクト・リスクの「回避」や「影響の軽減」を目的とした “リスク対策” を行う 「“リスク対策” されるプロジェクト・リスク」と “リスク対策” を行わない 「“リスク対策” されないプロジェクト・リスク」とを区別して表現するため，リスク構造の分割を次のように導入する（詳しくは [11] を参照）.

$T \subseteq U$ を “リスク対策” されるプロジェクト・リスクの添え字集合とし，以下，簡単のため $T=\{1,\dots,m\}$ $(m<K)$ とおく．プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in T\}$ に付随する確率空間を $(\Omega_T,\mathcal{F}_T,\mathrm{P}_T)$，リスク•シナリオを $\boldsymbol{S}_T=(S_1,\dots,S_m)$，リスク影響度ベクトルを $\boldsymbol{d}_T=(d_1,\dots,d_m)$ と表す．同様に，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_{U\setminus T} = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\setminus T\}$ に付随する確率空間を $(\Omega_{U\setminus T},\mathcal{F}_{U\setminus T},\mathrm{P}_{U\setminus T})$，リスク・シナリオを $\boldsymbol{S}_{U\setminus T}=(S_{m+1},\dots,S_K)$，リスク影響度ベクトルを $\boldsymbol{d}_{U\setminus T}=(d_{m+1},\dots,d_K)$ と表す.

さらに，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ による遅延日数を $\mathbf{X}_T = \boldsymbol{S}_T \cdot \boldsymbol{d}_T$，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_{U\setminus T}$ による遅延日数を $\mathbf{X}_{U\setminus T} = \boldsymbol{S}_{U\setminus T} \cdot \boldsymbol{d}_{U\setminus T}$ と表す.

ここで，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k,\ k \in U\}$ に付随する確率空間 $(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P})$ における確率変数 $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ を 2 つの K 次元ベクトル $\widetilde{\boldsymbol{d}}_T=(d_1,\dots,d_m,0,\dots,0)$ と $\widetilde{\boldsymbol{d}}_{U\setminus T}=(0,\dots,0,d_{m+1},\dots,d_K)$ を用いて $\widetilde{X}_T = \boldsymbol{S}\cdot\widetilde{\boldsymbol{d}}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T} = \boldsymbol{S}\cdot\widetilde{\boldsymbol{d}}_{U\setminus T}$ と定義し，必要に応じて $\mathbf{X}_T$, $\mathbf{X}_{U\setminus T}$ と $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ を同一視する．なお $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ は独立な確率変数である.

定理 3.1 ($\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq x)$ と $\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = x)$ が既知の場合における $\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} = x)$ の算出 [11]). $\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq x), \mathrm{P}(\mathbf{X}_T = x)$ が任意の x について既知である場合

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq 0) = \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq 0)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 0)}$$

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq 1) = \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq 1) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 1)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq 0)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 0)}$$

$$\vdots$$

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq L) = \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq L) - \sum_{i=1,\cdots,L}\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = i)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq L-i)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 0)}$$

により，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq L)$ を求めることができる．ここで，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_U = x)$ はリスク対策を実施しない場合の遅延日数の分布を，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = x)$ はプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に起因する遅延日数の分布を，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} = x)$ は $\mathcal{R}_T$ に対してリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布を表している．

定理 3.1 より，リスク対策を実施していない場合の遅延日数の分布 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_U = x)$ と，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクに起因する遅延日数の分布 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = x)$ を用いて，リスク対策を実行した場合の遅延日数の分布 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} = x)$ を求めることができる．

次に，プロジェクト・リスク r_k に対するリスク対策効果尺度を定義する．

定義 3.6 (プロジェクト・リスク r_k に対するリスク対策効果尺度 [12])．プロジェクト・リスク r_k を対象にリスク対策を実施するとき，関数 $f(\cdot; r_k) : \mathbb{Z} \to [-1, 1]$ を以下のように定義し，プロジェクト・リスク r_k に対するリスク対策効果尺度と呼ぶ．

$$f(x; r_k) \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}} \leq x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq x), \quad x \in \mathbb{Z}$$

さらに，プロジェクト・リスク r_k に対するリスク対策効果尺度は，リスク対策を実施していない場合の遅延日数の分布 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_U = x)$ と，プロジェクト・リスク r_k の遅延日数 x_k と発生確率 p_k を用いて，次のように算出することができる．

定理 3.2 (プロジェクト・リスク r_k に対するリスク対策効果尺度の算出 [12])．プロジェクト・リスク r_k に対するリスク対策効果尺度 $f(\cdot; r_k) : \mathbb{Z} \to [0, 1]$ は任意の $x \in \mathbb{Z}$ に関して次のように表すことができる．

$$\begin{aligned} & f(x; p_k, x_k) \\ & = \frac{1}{1-p_k}\left(\frac{p_k}{p_k-1}\right)^{\left[\frac{x}{x_k}\right]} \sum_{i=0}^{\left[\frac{x}{x_k}\right]} \left(\frac{p_k}{p_k-1}\right)^{-i} \mathrm{P}\left(\mathbf{X}_U \leq x + \left(i - \left[\frac{x}{x_k}\right]\right) x_k\right) - \mathrm{P}\left(\mathbf{X}_U \leq x\right) \end{aligned}$$

同様に，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に対するリスク対策効果尺度を次のように定義する．

定義 3.7 (プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に対するリスク対策効果尺度)．プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に含まれるすべてのプロジェクト・リスクを対象にリスク対策を実施するとき，関数 $f(\cdot; \mathcal{R}_T) : \mathbb{Z} \to [-1, 1]$ を以下のように定義し，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に対するリスク対策効果尺度と呼ぶ．

$$f(x; \mathcal{R}_T) \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq x), \quad x \in \mathbb{Z}$$

4 リスク対策効果尺度の比較

個々のプロジェクト・リスク r_k に対するリスク対策効果尺度は，定理 3.2 により算出することが可能であるが，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に対するリスク対策効果尺度は，特に $\mathcal{R}_T$ に含まれるプロジェクト・リスクの数が多い場合，算出することは難しい．このため本研究では，2 つのプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_A, \mathcal{R}_B$ に起因する遅延日数の分布に基づいた，リスク対策効果尺度の比較について考察した．

定理 4.1. $\mathbf{X}_k$ $(k \in U)$ を独立な確率変数とするとき，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_A, \mathcal{R}_B$ $(\mathcal{R}_A \subset \mathcal{R}_U, \mathcal{R}_B \subset \mathcal{R}_U, \mathcal{R}_A \cap \mathcal{R}_B = \phi)$ が，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \leq x) \leq \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \leq x)$ を満たすとき，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $f(x; \mathcal{R}_A) \geq f(x; \mathcal{R}_B)$ である．

証明 $\mathcal{R}_A \subset \mathcal{R}_U, \mathcal{R}_B \subset \mathcal{R}_U, \mathcal{R}_A \cap \mathcal{R}_B = \phi$ より，$\mathcal{R}_C \subset \mathcal{R}_U$ $(\mathcal{R}_A \cap \mathcal{R}_C = \mathcal{R}_B \cap \mathcal{R}_C = \phi)$ を用いて，$\mathcal{R}_U = \mathcal{R}_A \cup \mathcal{R}_B \cup R_C$ と表すことができる．

ここで，$\mathbf{X}_k$ $(k \in U)$ は独立な確率変数であることから，$\mathbf{X}_A(=\sum_{k\in A}\mathbf{X}_k), \mathbf{X}_B(=\sum_{k\in B}\mathbf{X}_k), \mathbf{X}_C(=\sum_{k\in C}\mathbf{X}_k)$ は独立な確率変数となる．よって，プロジェクト・リスク集合に対するリスク対策効果尺度の定義より，

$$\begin{aligned}
f(x;\mathcal{R}_A) &= \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus A} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) = \mathrm{P}(\mathbf{X}_{B\cup C} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \mathrm{P}(\mathbf{X}_B + \mathbf{X}_C \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \sum_{l=0}^{x} \mathrm{P}(\mathbf{X}_C = l)\mathrm{P}(\mathbf{X}_B \le x - l) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&\ge \sum_{l=0}^{x} \mathrm{P}(\mathbf{X}_C = l)\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \le x - l) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \mathrm{P}(\mathbf{X}_A + \mathbf{X}_C \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) = \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus B} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) = f(x;R_B)\ .
\end{aligned}$$

□

定理 4.1 より，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_A, \mathcal{R}_B$ による遅延日数の分布 $\mathbf{X}_A, \mathbf{X}_B$ が，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \le x) \le \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \le x)$ を満足する場合，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_A$ に対してリスク対策を実施すべきであることがわかる．一方で，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \le x) \le \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \le x)$ が成立しない場合でも，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $f(x;\mathcal{R}_A) \ge f(x;\mathcal{R}_B)$ がとなる場合がある．例えば，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{r_1, r_2, \cdots, r_5\}$，$\mathcal{R}_A = \{r_1, r_2\}, \mathcal{R}_B = \{r_3, r_4\}$ を，次の通りとするとき，

	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
x_k	1	4	2	3	1
p_k	0.4	0.6	0.3	0.5	0.5

x	0	1	2	3	4	5
$\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \le x)$	0.24	0.4	0.4	0.4	0.76	1
$\mathrm{P}(\mathbf{X}_B \le x)$	0.35	0.35	0.5	0.85	0.85	1

より，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \le x) \le \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \le x)$ は $x = 1$ において成立していない．しかし，

x	0	1	2	3	4	5	6
$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus A} \le x)$	0.175	0.35	0.425	0.675	0.85	0.925	1
$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus B} \le x)$	0.12	0.32	0.4	0.4	0.58	0.88	1

であることから，

$$f(x;\mathcal{R}_A) = \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus A} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \ge \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus B} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) = f(x;\mathcal{R}_B)$$

は，任意の $x \in \mathbb{Z}$ について成立している．このように，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \le x) \le \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \le x)$ を満足しない場合でも，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $f(x;\mathcal{R}_A) \ge f(x;\mathcal{R}_B)$ が成立する場合があり，この場合には，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_A$ をリスク対策の対象として選択するべきである．

5 おわりに

遅延限界 L，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_A, \mathcal{R}_B$ $(\mathcal{R}_A \subset \mathcal{R}_U, \mathcal{R}_B \subset \mathcal{R}_U, \mathcal{R}_A \cap \mathcal{R}_B = \phi)$ がリスク対策の候補として意思決定者によって指定され，遅延限界 L に対して $f(L; \mathcal{R}_A) \geq f(L; \mathcal{R}_B)$ が成立する場合，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_A$ をリスク対策の対象として選択するべきである．ここで，$f(L; \mathcal{R}_A) \geq f(L; \mathcal{R}_B)$ の算出が困難である場合でも，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \leq x) \leq \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \leq x)$ を満足する場合には，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $f(x; \mathcal{R}_A) \geq f(x; \mathcal{R}_B)$ が成立することから，$\mathcal{R}_A$ をリスク対策の対象として選択するべきである．一方で，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \leq x) \leq \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \leq x)$ を満足しない場合でも，任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対して $f(x; \mathcal{R}_A) \geq f(x; \mathcal{R}_B)$ が成立する場合があることを示した．このため今後の研究として，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_A \leq x) \leq \mathrm{P}(\mathbf{X}_B \leq x)$ に変わる条件を導き出す必要がある．

参考文献

[1] Stanley Kaplan and B. John Garrick, On The Quantitative Definition of Risk, Risk Analysis, Vol.1, No.1, pp.11-21, 1981.

[2] James E. Kelley Jr, Critical-Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis, *Operations Research*, Vol. 9(3), pp.296-320, 1961.

[3] Kenneth R. MacCrimmon and Charles A. Ryavec, An Analytical Study of the PERT Assumptions, *Operations Research*, Vol. 12, No. 1, pp.16-37, 1964.

[4] J. O. Mayhugh, On the Mathematical Theory of Schedules, *Management Science*, Vol. 11, No. 2, pp.289-307, 1964.

[5] Project Management Institute, A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide). Fifth Edition, Project Management Institute, Inc., USA, 2013

[6] Moshe Shaked and J. George Shanthikumar, Stochastic Orders, Springer, 2006.

[7] 福田裕一，桑野裕昭，島孝司, プロジェクト・リスク・マネジメントにおける遅延時間に関する一考察, RIMS 講究録 1912, pp.112-120, 2014.

[8] 福田裕一，桑野裕昭，島孝司, プロジェクト・リスクと遅延時間の関係の数理モデル化, 日本 OR 学会 2014 年春季研究発表会アブストラクト集, pp.184-185, 2014.

[9] 福田裕一，桑野裕紹, プロジェクト・リスクにおける汎用的フレームワークについて, RIMS 講究録 1939, pp.162-171, 2015.

[10] 福田裕一，桑野裕紹, プロジェクト・リスク・モデルを用いた リスクの優先順位づけについて, 日本 OR 学会 2015 年春季研究発表会アブストラクト集, pp.116-117, 2015.

[11] 福田裕一，桑野裕昭, プロジェクト・リスク・マネジメントにおけるリスク対策の数理モデル化, RIMS 講究録 1990, pp.230-237, 2016.

[12] 福田裕一，桑野裕昭, プロジェクト・リスク・モデルを用いたリスク対策の効果の算出について, 日本 OR 学会 2016 春季研究発表会アブストラクト集, pp.pp.287-288, 2016.

[13] 福田裕一，桑野裕昭, プロジェクト・リスク・マネジメントにおける対策すべきリスクの選択について, RIMS 講究録 2044, pp.171-181, 2017.